

MIA : Systèmes dynamiques déterministes et stochastiques

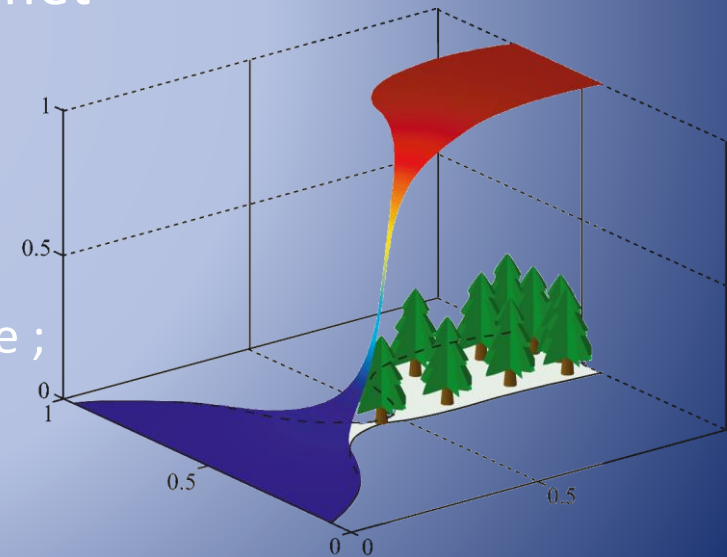
Lionel Roques
AG NUMM– 22 mai 2019

Origine : Mécanique newtonienne. Décrire les variations instantanées des positions d'un point ou d'un ensemble de points en suivant les règles de la mécanique.



Dans MIA : Décrire l'évolution de quantités dans le temps et éventuellement l'espace sous l'effet de différentes règles d'interactions et de rétroactions. Ces quantités peuvent être :

- une densité de population ;
- une concentration chimique ;
- les caractéristiques biométriques d'une plante ;
- une distribution d'un trait phénotypique ;
- un coût pour aller d'un état à un autre ;
- la vitesse d'un fluide ...



Exemples d'outils micro et macro

Outils macro (EDO, EDP, EID)

Systèmes d'EDO et
EDP de réaction-diffusion

$$U'(t) = F(U)$$

$$\partial_t u = D\Delta u + f(u)$$

EDP non locales

$$\partial_t u = -(-\Delta u)^\alpha + f(u)$$

$$\partial_t u = J \star u - u + f(u)$$

Méthodes
numériques



Outils meso (EDPS, modèles couplés)

EDP stochastiques

Analyse de processus
micro via des EDO/EDP

Modèles hybrides

EDS de diffusion

$$dX_t = b(X_t, t)dt + \sigma(X_t, t)dW_t$$

Processus de sauts

Processus de
Markov

Outils micro (processus stochastiques)

Etat d'esprit : un positionnement scientifique à 3 niveaux

Finalité : répond à des questions de société

- ❖ **Niveau « académique »** : développer des outils mathématiques et numériques

Résultats généraux (ex. existence, unicité, propriétés qualitatives), outils d'analyse numérique ; passages à la limite micro-macro ; contrôlabilité.

- ❖ **Niveau « théorique »** : apporter des réponses qualitatives à des questions de biologie théorique

Evaluer qualitativement la réponse d'un système biologique à la modification d'un ou plusieurs facteurs. Résultats analytiques +++

- ❖ **Niveau « finalisé »** : concevoir des modèles réalistes

S'appuyer sur des données pour élaborer des scénarios/prédictions, comprendre le rôle de covariables. Couplage modèles-données via des approches couplant systèmes dynamiques, modèles probabilistes et inférence statistique.

Rétroaction : besoin de nouveaux outils théoriques

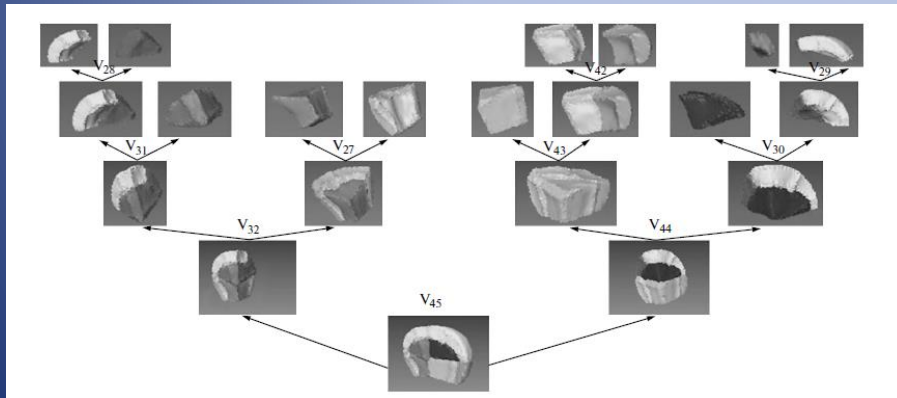
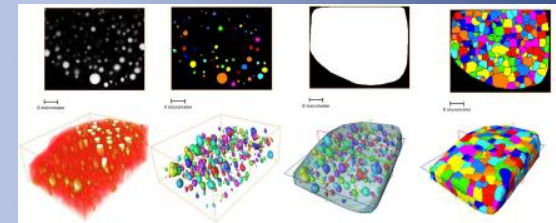
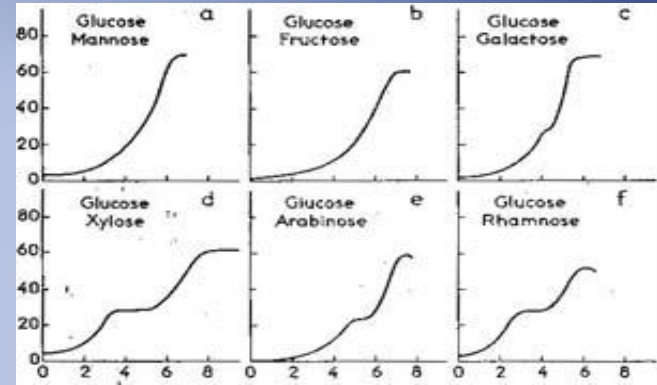
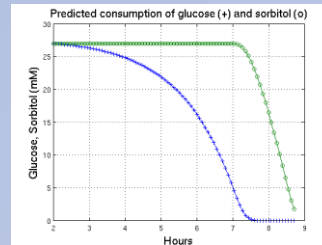
Questions finalisées



II. Les équipes MIA impliquées sur ce thème

- BioSys (unité : MaiAGE, Jouy)
- Dynenvie (unité : MaiAGE, Jouy)
- BioSP (Avignon)
- MOCAS (unité : Mistea, Montpellier)
- + une chercheuse à l'ISA

Jouy : équipe BioSys (unité MaiAGE)



- **Thème : la biologie des systèmes**

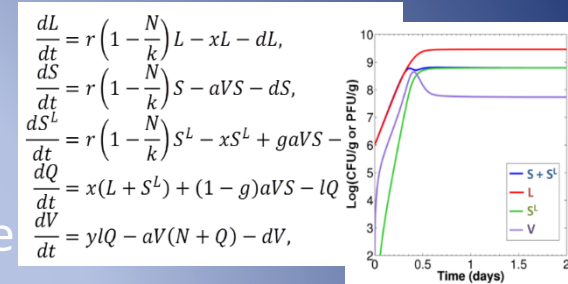
- **Enjeux** : développer des modèles dynamiques allant de l'échelle de la cellule (par ex. bactérie) à celle d'un organisme comme par ex. la plante

- **Systèmes dynamiques** : continus ou discrets, EDP de type Hamilton Jacobi Bellman (contrôle optimal).

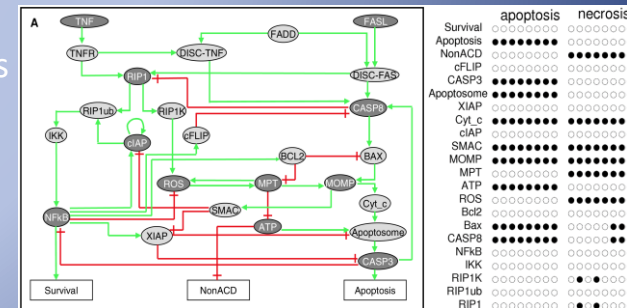
- **L'approche systémique est au cœur de nos travaux** : emboîtement des processus, emboîtement des échelles de temps, emboîtement des échelles spatiales
- **L'optimisation (convexe) statique et/ou dynamique** est un outil de choix pour analyser les propriétés des systèmes (LMI, LP, etc.)
- **Contrôle optimal** (Pontryagin /programmation dynamique) au cœur des outils de prédiction (optimisation de grande taille)

- **Deux projets emblématiques sur les 2-3 prochaines années**

- Simulateur stochastique d'une bactérie entière
- Simulateur d'une plante sur la base des contraintes d'allocation des ressources



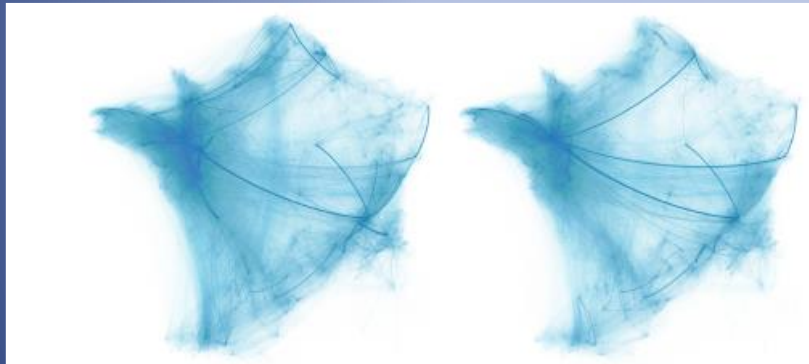
Ex: infection of bacterial population by lambda phage in monoxenic mouse gut [De Paeppe *et al*, PLoS Genetics 2016]



Ex: eukaryotic cell fate decision in response to death receptor engagement [Calzone *et al*, PLoS Computational Biology 2010]



Jouy : équipe Dynenvie (unité MaiAGE)



Modélisation par EDO/EDP/IDE

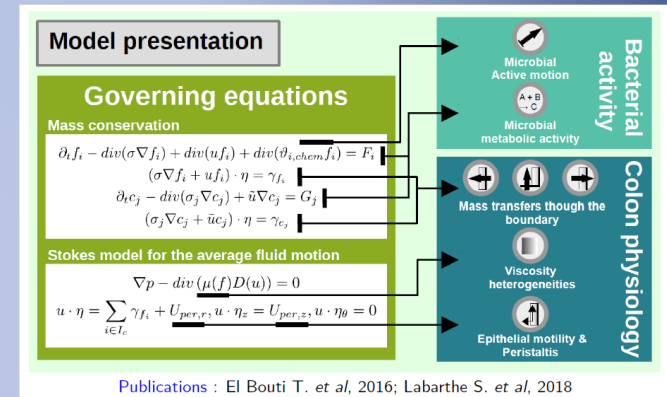
- Types de modèles : réaction-diffusion-convection, équations structurées, méca-fluides, PDMP
- Simplification des modèles : homogénéisation, analyse asymptotique, champs moyen, moments...
- Estimation de paramètres : inférence bayésienne

Exemple 1 modélisation spatio-temporelle d'écosystèmes microbiens

Objectif. Etudier les déterminants de la structure spatiale du microbiote du côlon

Modèles. Couplage méca-flu + biologie (microbiote et épithélium)

Analyse. Simplification, implémentation, exploration numérique

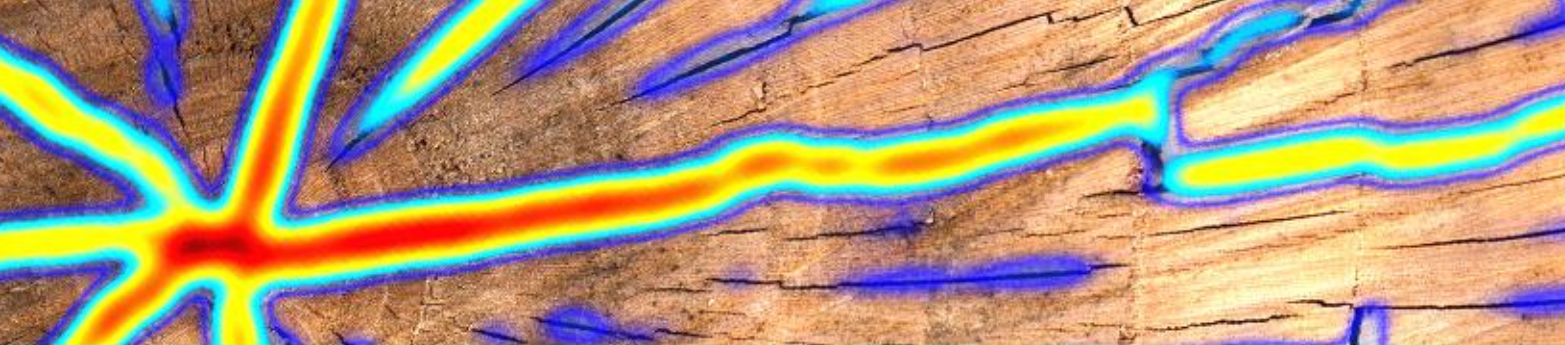


Processus stochastiques pour populations structurées, sur réseau dynamique ou paysage

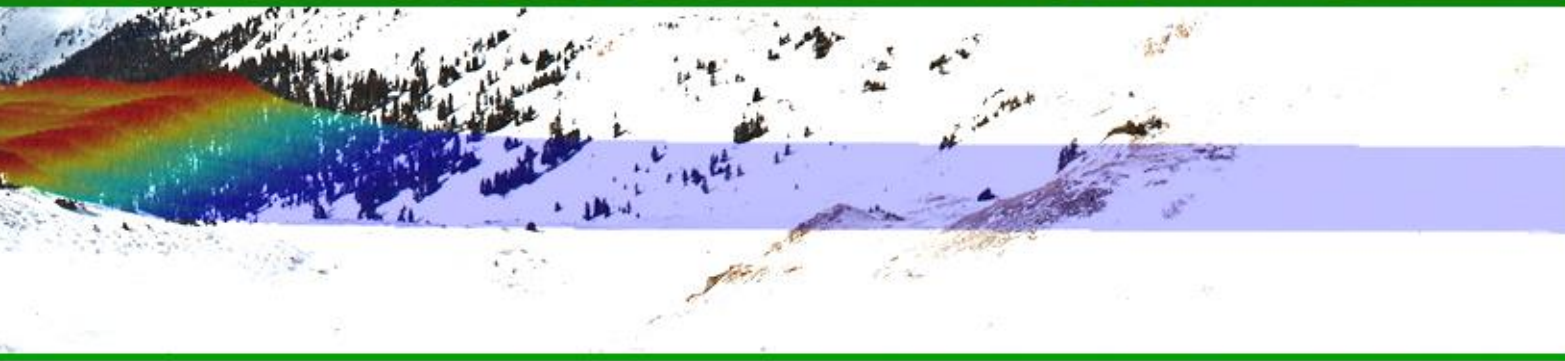
- Modèles probabilistes de graphes temporellement dynamiques
- Processus sur graphes (dynamiques de population et épidémique)
- Applications en épidémiologie et agronomie

Exemple 2 PDMP couplant dynamique épidémique et modèle de marché agricole

$$\begin{cases} S_i(t) &= S_i(0) + \sigma_i t - \sum_{j \neq i} \sum_{s \in T_{ij}, s \leq t} q_{ij}(s), \\ D_i(t) &= D_i(0) + \delta_i t - \sum_{j \neq i} \sum_{s \in T_{ji}, s \leq t} q_{ji}(s), \\ \theta_{ij} &= \min(f_{ij} \sigma_i, g_{ij} \delta_j) / \kappa_{ij}, \\ q_{ij}(t) &= F(i, j, S_i, D_j), \end{cases}$$



Avignon, unité BioSP



Handwritten mathematical notes on the right side of the slide, including:

$$\left[1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} \right]$$
$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} \right)$$
$$e^{-x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}}$$
$$s(t_i) = \rho_1 + \dots$$

mi les 7

Biostatistique
B70/Π
& Processus Spatiaux

Modèles : EDP, IDE, EDS

❖ Ex 1. Phénomènes de propagation

Série de travaux sur les propriétés qualitatives de solutions d'EDP locales et non locales (accélération, propagation en milieu hétérogène).

Méthodes. Principe du maximum, théorie parabolique, ...

❖ Ex 2. Modélisation fine de populations en milieu hétérogène

Mise en œuvre de modèles prenant finement en compte l'influence d'éléments linéaires. Applications à l'étude d'invasions biologiques (moustique tigre, chrysome de l'ambrosie...).

Méthodes. Couplage d'EDP 2D et 1D, méthode d'éléments finis (Freefem).

❖ Ex 3. Dynamique de la structure génétique spatiale

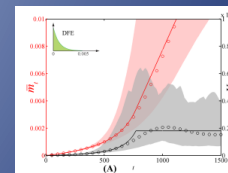
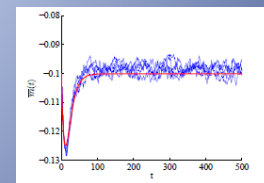
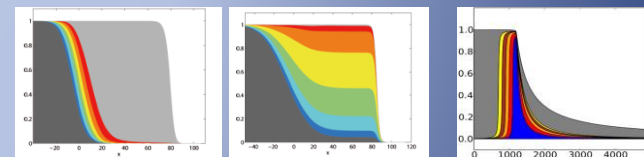
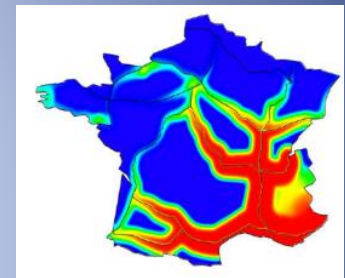
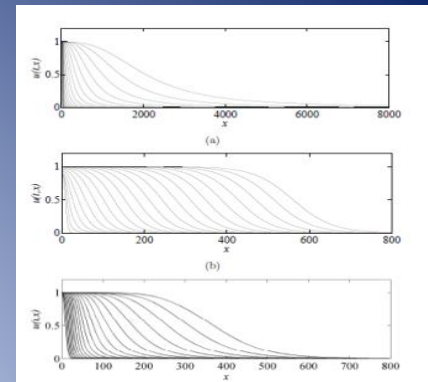
Série de travaux sur l'effet de \neq facteurs (effet Allee, dispersion à longue distance, compétition, phase juvénile ...).

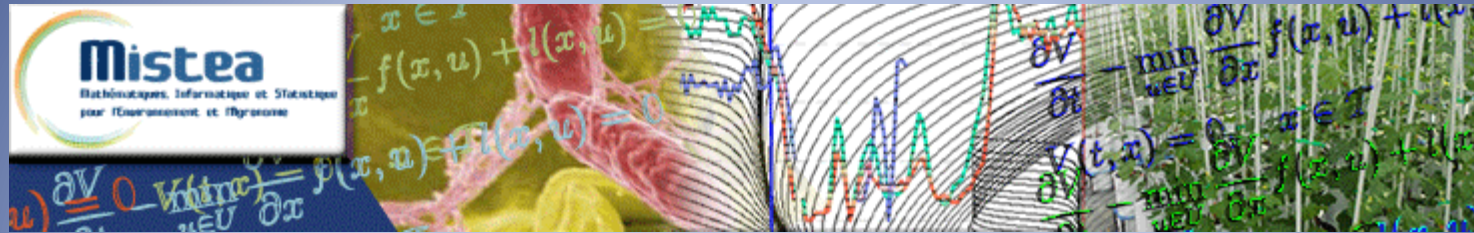
❖ Ex 4. Dynamiques évolutives

Unification/généralisation de théories existantes pour la modélisation de dynamiques adaptatives (organismes asexués, p.ex. virus ou bactéries).

Méthodes. Dérivation et analyse d'EDP non locales à partir de processus stochastiques, EDS, confrontation avec exp. (*in silico*, *in vitro*, *in natura*)

Perspectives. démarrage projet ANR RESISTE 2019





Montpellier : équipe MOCAS (Unité Mistea)

Thèmes méthodologiques

- Modélisation : simulation, analyse de sensibilité, réduction de modèles
- Systèmes dynamiques : EDO, processus de Markov
- Optimisation : gestion de risques, prise en compte de critères non réguliers
- Commande : capteurs logiciels, lois de commande, identification

Champs applicatifs

- Agro-écosystèmes
- Ecologie microbienne
- Ressources Renouvelables

MEDIA : Modèles d'Equations
Différentielles et Autres systèmes
dynamiques déterministes et stochastiques
pour l'écologie et la biologie évolutive

Infos : <http://media.biosp.org>

ModStatSAP

Infos : <https://informatique-mia.inra.fr/reseau-modstatsap/>

Réunions du réseau MEDIA et annonces de conférences

- [Avignon, 20 mars 2018 : Journée « Modélisation de l'adaptation en environnement hétérogène »](#)

- [Avignon, 7 mars 2017 : workshop "EDP pour la biologie évolutive"](#)

- [Mont Ventoux, du 7 au 9 novembre 2016 : atelier "Dynamique de souches virales" co-financé par l'URFM](#)

- [Mont Ventoux, du 4 au 6 novembre 2015 : workshop "Nouveaux outils de modélisation en écologie des populations"](#)

- [Avignon, le 8 avril 2015 : journée "prise en compte de la génétique dans les modèles démographiques"](#)

- [Avignon, le 23 septembre 2014 : réunion de lancement](#)

ModStatSAP

Modélisation et Statistique en Santé des Animaux et des Plantes

Accueil | Avignon 2018 | Paris 2018 | Paris 2017 | Nantes 2016 | Avignon 2015 | Mont Ventoux 2015 | MEDIA | Paris 2015 | SMaCH
Paris 2014 | Avignon 2013 | Paris 2013 | Angers 2012 | Avignon 2012 | Paris 2011 | Stages ModStatSAP | Cours et exposés
Actualités passées | Comité scientifique



Le réseau ModStatSAP

THEMES DU RESEAU

Modélisation et statistique en santé des animaux et des plantes

Aspects génétiques, épidémiologiques et spatiotemporels

Probas, stats

- Systèmes dynamiques stochastiques
- Techniques de fermeture des moments
- Modèles couplés (mécanistico-statistiques)
- Estimation des paramètres des modèles

Informatique, IA

- Résolution numérique des systèmes (parallélisation, implémentation efficace)
- Simulation de systèmes stochastiques en grande dimension
- Exploration numérique des modèles, inférence
- Optimisation
- Utilisation de mécanismes dans l'exploitation de « big data »

- Utilisation des données génomiques après traitement bioinfo en vue d'une intégration dans les modèles
- Liens forts avec la biologie des systèmes pour l'intégration de données omiques de \neq types (liées via un système dynamique)

Bioinformatique